1999 $\boxed{3}$

正の整数の組(a, b)で，a以上b以下の整数の総和が500となるものをすべて求めよ。ただし，$a<b$とする.

1999年の $\boxed{1}$ (1) 解きなさい

(2) ムリ

$\boxed{2}$ (1) 解きなさい

(2) 〃

1999年は 2完半 目指す問題.

$\boxed{1}$ (2) を見た時点で，捨て問だと思える眼を養って下さい.

長々と書きましたが，1999 $\boxed{3}$ は

30分で解きましょう.

1999 ③

a以上b以下の総和は　$\frac{1}{2}(b-a+1)(a+b)$
したがって，題意より

$$\frac{1}{2}(b-a+1)(a+b)=500 \iff (b-a+1)(a+b)=1000=2^3\cdot5^3$$

ここで，$1\leqq a<b$より

$1<b-a+1\leqq b<a+b$ になり，$b-a+1<a+b$

また，

$(a+b)-(b-a+1)=2a-1$ より

$(b-a+1)$ と $(a+b)$ の偶奇は異なる．

上記より

$(b-a+1,\ a+b)=(5,\ 2^3\cdot5^2),(5^2,\ 2^3\cdot5),(2^3,\ 5^3)$

(i) $(b-a+1,\ a+b)=(5,\ 2^3\cdot5^2)$ のとき　$(a,b)=(98,102)$

(ii) $(b-a+1,\ a+b)=(5^2,\ 2^3\cdot5)$ のとき　$(a,b)=(8,32)$

(iii) $(b-a+1,\ a+b)=(2^3,\ 5^3)$ のとき　$(a,b)=(59,66)$

$\therefore\ (a,b)=(8,32),(59,66),(98,102)$

公式

。初項a，公差d，末項l，項数nの等差数列の和をS_nとする。

$$S_n = \frac{1}{2}n(a+l) = \frac{1}{2}(\text{項数})(\text{初項}+\text{末項})$$

また，整数の等差数列のとき，$n = l - a + 1$

ポイント

。整数の性質を上手く利用しよう

$\left\{\begin{array}{l}\text{偶奇性}\\\text{大小}\end{array}\right.$

整数問題は慣れです。

整数問題は慣れです。

大事なことだから，2回書きました。